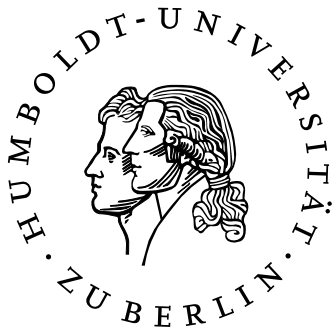


Fortgeschrittenenpraktikum

Plasmainterferometrie

ANDREI KRAMER (185751) SEBASTIAN SCHUBERT (182598)

3. Mai 2005



Betreuer: OLE WALDMANN

1 Versuchsziel und Aufgaben

Bei diesem Versuch sollen Eigenschaften eines kalten Plasmas bei einer Stromentladung untersucht werden. Dazu wird die optische Weglängenänderung eines Laserstrahls im Plasma zur Bildung von Interferenzerscheinungen in einem FABRY-PEROT-Interferometer ausgenutzt. Folgende Punkte sind zu bearbeiten:

- Herleitung des Zusammenhangs zwischen der Änderung der Interferenzmaxima und dem Brechungsindex; Anwendung auf die gemessenen Werte
- Bestimmung der Plasmafrequenz
- Graphische Darstellung der Abhängigkeit der Plasmadichte und -frequenz und des Brechungsindex von der Stromstärke (Fehlerbalken)
- Bestimmung des Ionisationsgrades
- Untersuchung der zeitlichen Entwicklung der Elektronendichte
- Genauigkeit der Messung, mögliche technische Verbesserungen
- Vor- und Nachteile beim Einsetzen des unten beschriebenen Verfahrens bei einem großen Plasma
- notwendige Änderungen bei ausschließliche Verwendung der roten Laserlinie
- *Zusatz:* Untersuchung der Zeitentwicklung des Plasmaleuchtens

2 Messprinzip

Eine kleine Menge Helium wird durch einen Strom – durch Stoßionisation – gezündet und die Intensität eines Helium-Neonlasers, dessen Strahl das Plasmrohr zwei mal durchläuft, wird mit einem Photomultiplier und einem Speicheroszilloskop aufgezeichnet. Mit der Anordnung (siehe Abbildung 1) kann das Laserlicht auf Interferenzerscheinungen durch eine veränderte Weglänge überprüft werden. Die Intensität hat – je nach Phasenverschiebung, welche sich mit der Elektronendichte im Plasma ändert – mehrere Maxima. Durch die veränderte Weglänge kann also auf Elektronendichte und Brechungsindex geschlossen werden. Desweiteren sollen Plasmafrequenz und Ionisationsgrad, die eng mit der Elektronendichte verbunden sind, ermittelt werden. Die tatsächlichen Messwerte sind, neben anordnungsspezifischen Daten wie die Plasmalänge, nur die Anzahlen der Maxima für verschiedene Ströme und die Ströme (mit Hilfe einer ROGOWSKI-Spule) selber. Der Strom wird nach Erreichen der Zündspannung einer Funkenstrecke durch Entladung eines Kondensators sehr schnell aufgebaut. Bei jedem Plasmaaufleuchten wird das aufgezeichnete Signal mit hoher Auflösung gedruckt und ausgezählt.

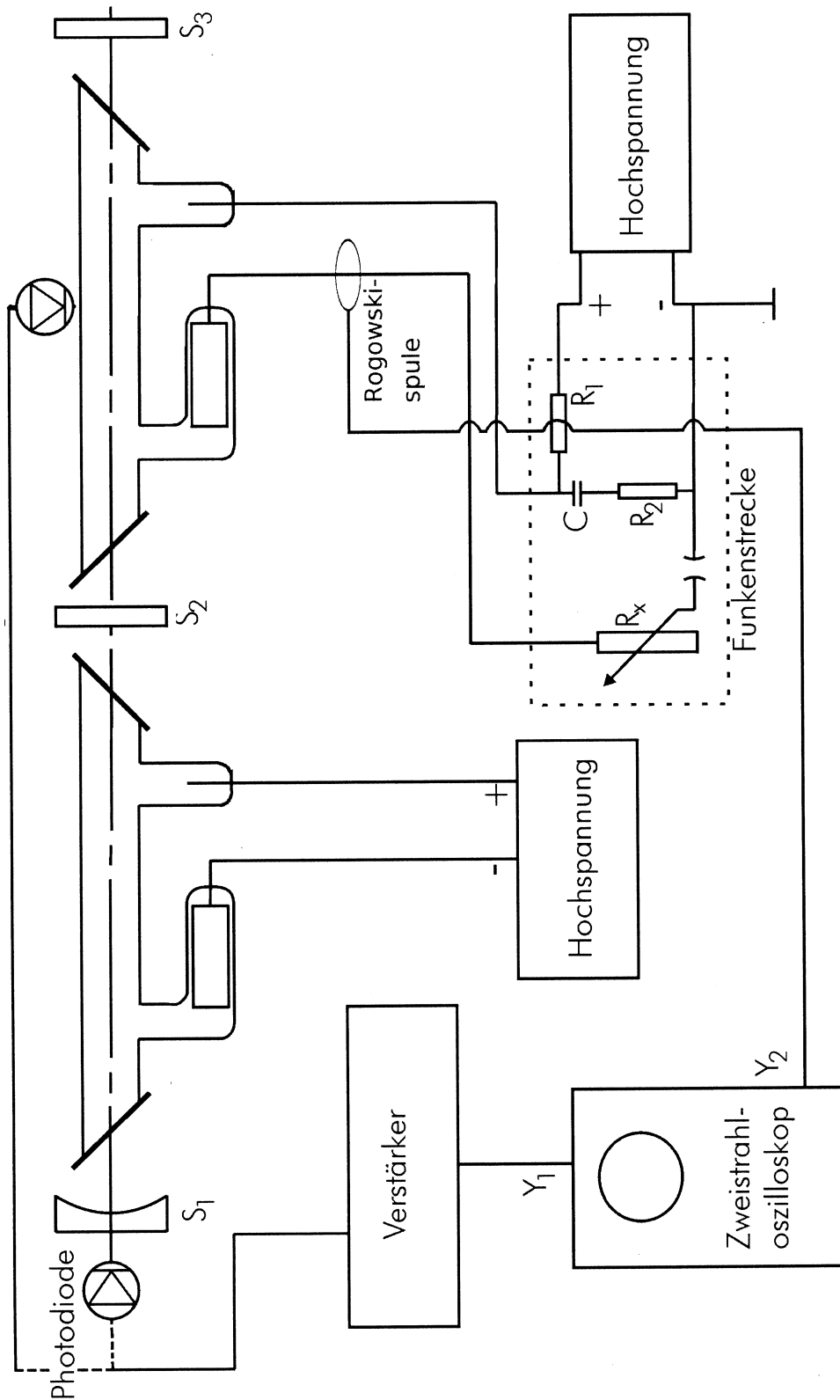


Abbildung 1: Versuchsaufbau (Skizze aus dem Versuchsskript)

3 Voruntersuchung

Um die Annahme zu überprüfen, dass alle Interferenzerscheinungen auf die infrarote Strahlung zurückzuführen sind, haben wir nacheinander Bor-Kronglas und eine Germaniumscheibe in den Strahlengang gehalten. Das Bor-Kronglas ist für rotes Licht praktisch vollständig transparent, die infrarote Strahlung wird geblockt und gelangt damit nicht in die Plasmaröhre. Übereinstimmend mit unserer Annahme verschwanden die Interferenzmaxima und -minima.

Durch die Germaniumplatte wird das rote Licht am Durchqueren der Plasmaröhre gehindert. Dadurch änderte sich zwar das Interferenzbild leicht, die Anzahl der Maxima und Minima blieb jedoch erwartungsgemäß gleich.

4 Elektronendichte, Plasmafrequenz, Brechungsindex und Ionisationsgrad

4.1 Zusammenhang zwischen Elektronendichte und Interferenzmaxima

Für die Phasenverschiebung φ in einem FABRY-PEROT Interferometer zu einer festen Zeit t gilt

$$\varphi(t) = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l (N_{\text{vac}} - N(z, t)) dz, \quad (1)$$

wobei λ die Wellenlänge der interferierenden Strahlung, l die Länge der Plasmaröhre und N_{vac} bzw. N die Brechzahlen im Vakuum bzw. in der Röhre sind. Hierbei sei $N(z, t_{\text{max}}) \equiv N_{\text{max}}(z)$ die maximale Brechzahl kurz nach der Entladung in der Röhre und $N(z, t \rightarrow \infty) = 1$. Nimmt man nun $N_{\text{vac}} \approx 1$ an und geht von einer auf dem Integrationsweg konstanten Brechzahl aus, so erhält man für die Anzahl der Interferenzstreifen $N_f = [\varphi(t_{\text{max}}) - \varphi(t \rightarrow \infty)]/2\pi$ – also beim Durchgang von maximaler Phasenverschiebung zu verschwindender – aus (1)

$$N_f = \frac{2}{\lambda} l (1 - N_{\text{max}}). \quad (2)$$

Weiterhin gilt nach Gleichung (12) und (5) aus dem Versuchsskript

$$N = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad \text{mit} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e}}, \quad (3)$$

wobei ω_p die Plasmafrequenz, $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$ die Frequenz der eingestrahlten Welle und n die Elektronendichte sind. Für $\omega \gg \omega_p$ ergibt sich

$$N \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{e^2 n \lambda^2}{\epsilon_0 m_e 4\pi^2 c^2}. \quad (4)$$

Setzt man dieses nun in (2) ein, so erhält man die gesuchte Formel

$$N_f = \frac{l e^2 \lambda}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e c^2} n. \quad (5)$$

4.2 Strommessverfahren

Die Messung der Stromstärke erfolgt mit einer Spule mit rechteckiger Grundfläche, welche den Leiter rotationssymmetrisch umschließt. Von der Größe der Induktionsspannung in der Spule kann man auf die Stromstärke im umschlossenen Leiter schließen:

Die MAXWELLgleichung $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ (mit $\mu = 1$) in integraler Form lautet

$$\oint_{\partial F} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I. \quad (6)$$

Betrachtet man nun einen gestreckten, vom Strom I durchflossenen Leiter, so ist \mathbf{B} aus Symmetriegründen nur von der radialen Entfernung r zum Leiter abhängig und zeigt in radiale Richtung, so dass gilt

$$\oint_{\partial F} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint_{\partial F} ds = B 2\pi r. \quad (7)$$

Also gilt

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (8)$$

Die ROGOWSKI-Spule mit einer Windungszahl N_w , einem Außendurchmesser r_a , einem Innendurchmesser r_i und einer Länge l wird nun von einem veränderlichen Magnetfeld durchsetzt, es wird also eine Spannung induziert:

$$U_{\text{ind}} = N_w \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}. \quad (9)$$

Da $d\mathbf{A} \parallel \mathbf{B}$ und sich \mathbf{A} nicht zeitlich ändert, folgt

$$U_{\text{ind}} = N_w \int \frac{\partial}{\partial t} B dA. \quad (10)$$

Mit $dA = l dr$ und (8) folgt dann

$$U_{\text{ind}} = \frac{N_w l \mu_0 \dot{I}}{2\pi} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{N_w l \mu_0 \dot{I}}{2\pi} \ln \frac{r_a}{r_i} =: LI. \quad (11)$$

Diese Spannung wird im Messgerät über ein R-C-Glied integriert, es wird also eine Spannung von

$$U = \frac{1}{RC} \int U_{\text{ind}} dt = \frac{L}{RC} I \quad (12)$$

gemessen.

4.3 Ergebnisse

Die Elektronendichte n haben wir nach Gleichung (5) durch auszählen der Maxima bestimmt. Dabei haben wir einen systematischen Fehler von 20 % angenommen, da das Rauschen der Ausgabekurve nicht immer von tatsächlichen Maxima und Minima unterscheidbar war. Außerdem war das erste Maximum teilweise schwer festzulegen. Die Plasmafrequenz ω_p und der Brechungsindex N wurde nach (3) bestimmt, die Fehler ergeben sich durch Fehlerfortpflanzung der Elektronendichte.

Der Ionisationsgrad ι ergibt sich aus dem Verhältnis von Elektronendichte n zur Dichte der Heliumatome n_{He} (Einfachionisation). Bei Gültigkeit der Gleichung idealer Gase $pV = N_{\text{He}} k_B T$ ist $n_{\text{He}} \equiv N_{\text{He}}/V = p/k_B T$. Damit ergibt sich

$$\iota = \frac{nk_B T}{p}. \quad (13)$$

Dabei ist $p = 5,0 \text{ mbar}$; es lag Zimmertemperatur $T = (298 \pm 5) \text{ K}$ vor. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 2 und 3 und in Tabelle 1 zu finden. Die Werte wurden mit [4], die Plots mit [5] erstellt.

Betrachtet man Strahlableitung und Vibrationen, so erkennt man, dass hier besonders Vibrationen einen starken Einfluss haben. Durch beide Effekte wird der Bereich der verwendbaren Wellenlänge des Lasers eingeschränkt. Wird (in Anlehnung an des Skript) $\Delta l_{\text{vib}} \approx 10^{-9} \text{ m}$ in $100 \mu\text{s}$ angenommen, so ergibt sich mit $R_0 \approx 1 \text{ cm}$, $n_1 = 4 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$, $n_2 = 20 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ und $z_p = 0,17 \text{ m}$ aus

$$4,08 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{\Delta l_{\text{vib}}}{R_0 n_1}} < \lambda < 1,16 \cdot 10^{10} (z_p n_2^2)^{-1/3} \quad (14)$$

der Bereich für λ

$$2,04 \mu\text{m} < \lambda < 28,4 \mu\text{m}. \quad (15)$$

Hier erkennt man, dass besonders die untere Grenze nah an der verwendeten Wellenlänge von $\lambda = 3,39 \mu\text{m}$ lag. Dieses rechtfertigt unsere Annahme eines 20 % Fehlers bei der Anzahl der Maxima.

5 Zeitentwicklung der Elektronendichte

Den zeitlichen Verlauf haben wir mit einer Konfiguration von 6 Widerständen aufgenommen. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 2 und in Abbildung 4. Vor allem der Logarithmische Plot lässt auf eine exponentielle Abnahme der Elektronendichte schließen. Der Bereich in dem der Verlauf von einer Geraden abweicht – bei großen Elektronendichtewerten –, ist die Stelle, an der das Zählen der Maxima stark erschwert ist (vgl. Abschnitt 4.3).

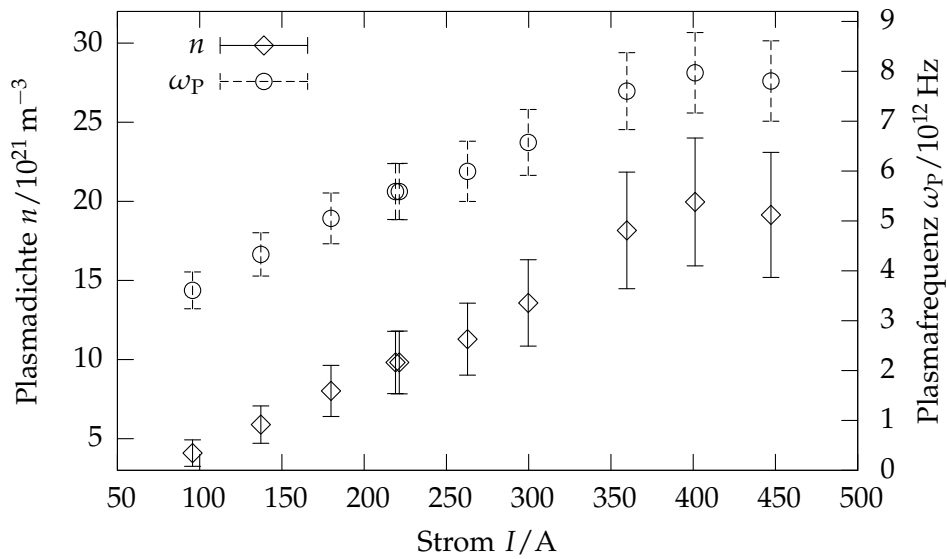


Abbildung 2: Elektronendichte n und die Plasmafrequenz ω_p in Abhängigkeit von der Stromstärke I ; die Messunsicherheit des Stromes übersteigt nicht die Größe der Punkte.

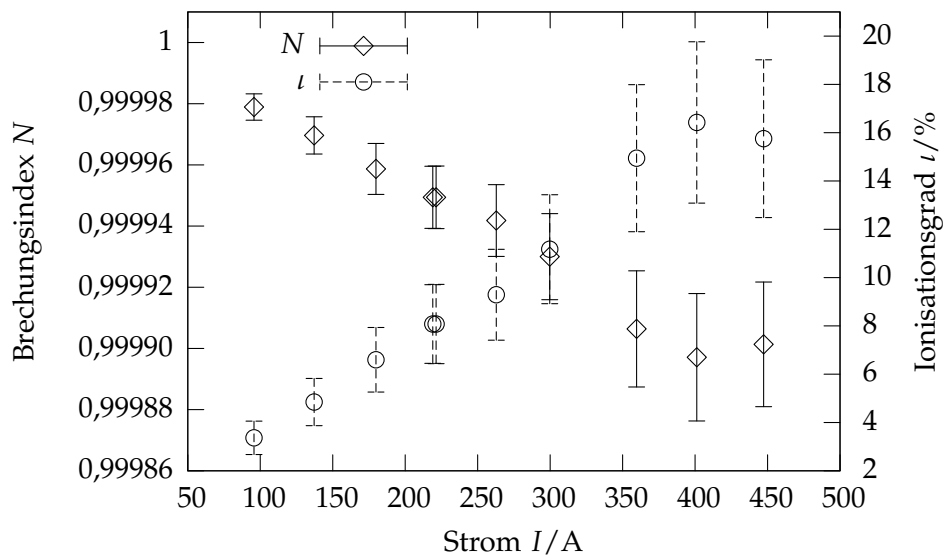


Abbildung 3: Brechungsindex N und der Ionisationsgrad ι in Abhängigkeit von der Stromstärke I

Strom I/A	$n/10^{21} \text{ m}^{-3}$	$\omega_P/10^{12} \text{ Hz}$	Brechungsindex N	l
96±1	4,1±0,8	3,6±0,4	0,999979±0,000004	0,03±0,01
137±2	6±1	4,3±0,4	0,99997±0,00001	0,05±0,01
180±2	8±2	5,1±0,5	0,99996±0,00001	0,07±0,01
221±3	10±2	5,6±0,6	0,99995±0,00001	0,08±0,02
219±3	10±2	5,6±0,6	0,99995±0,00001	0,08±0,02
263±3	11±2	6,0±0,6	0,99994±0,00001	0,09±0,02
300±4	14±3	6,6±0,7	0,99993±0,00001	0,11±0,02
447±5	19±4	7,8±0,8	0,99990±0,00002	0,16±0,03
360±4	18±4	7,6±0,8	0,99991±0,00002	0,15±0,03
401±5	20±4	8,0±0,8	0,99990±0,00002	0,16±0,03

Tabelle 1: Ergebnisse von Aufgabe 1–4

Zeit $t/\mu\text{s}$	Elektronendichte $n/10^{21} \text{ m}^{-3}$
1,45	10,8
4,65	9,8
7,07	8,8
9,12	7,8
11,57	6,8
14,10	5,8
17,20	4,9
20,42	3,9
25,47	2,9
32,55	1,9
43,17	1,0
64,95	0

Tabelle 2: Zeitliche Entwicklung der Elektronendichte n in der Plasmaröhre

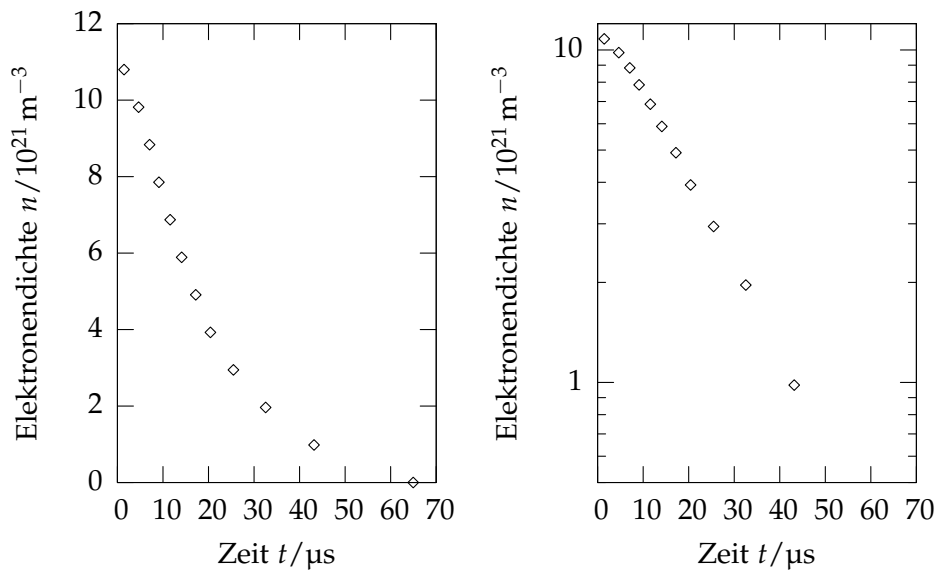


Abbildung 4: Zeitliche Entwicklung der Elektronendichte n in der Plasmaröhre (lineare bzw. logarithmische Einteilung)

6 Entwicklung des Plasmaleuchtens

Man erkennt, dass das Maximum des Plasmaleuchtens leicht zeitversetzt nach dem des Stromes auftritt. Dieses lässt sich mit der Tatsache begründen, dass das Leuchten ungefähr zeitgleich mit der Elektronendichte verläuft (vgl. Skript). Danach nimmt es mit dem Strom ab, zum Ende ist jedoch ein deutlicher Sprung des Leuchtens zu erkennen. Dieses könnte man damit erklären, dass die anregenden Elektronen bei kleinen Strömen nicht mehr genug Energie haben, um die Heliumatome anzuregen.

7 Auswertung

Die Genauigkeit ergibt sich zum größten Teil aus den in 4.3 genannten Problemen. Um die Störungen durch Vibrationen zu minimieren, wäre eine Dämpfung der gesamten Anlage möglich. Durch eine Erhöhung der Zeitauflösung würde es möglich sein, auch den Aufbauprozess zu verfolgen. Damit würde das Problem des nicht genau bestimmaren Elektronendichtemaximums verschwinden, außerdem würde sich der Fehler der Anzahl der Maxima halbieren. Desweiteren würde eine computergestützte Auswertung die Anzahl der Messungen drastisch erhöhen können, so dass sich der Fehler hier reduzieren würde.

Möchte man diesen Versuchsaufbau bei großen Plasmen anwenden, so hat man das Problem, dass Ablenkungen und Aufweitung des Messstrahls durch vergrößertes Durchlaufvolumen mehr ins Gewicht fallen. Da diese Effekte mit größerer Wellenlänge zunehmen, existiert, um einen vernünftigen Strahlenverlauf zu garantieren, eine

obere Wellenlänge. Diese Beschränkung ist bei großen Plasmen stärker als die Bedingung $\omega > \omega_{\text{cutoff}} = \omega_p$. Da mit einer Messung nur der Mittelwert der Dichte bestimmt werden kann, müssen bei einem großen Plasma – hier ist eine Abweichung vom Mittelwert wahrscheinlicher – mehrere Messungen durchgeführt werden und die Dichte durch Entfaltung bestimmt werden.

Möchte man diesen Versuch nur mit der roten Laserlinie durchführen, so muss man die Abnahme des interferometrischen Effektes kompensieren. Dieses könnte durch Erhöhung des Entladestromes passieren, wobei zu beachten ist, dass hier durch vollständige Ionisation des Gases eine obere Grenze gesetzt ist. Eine Druckerhöhung würde hier Abhilfe schaffen. Eine andere Möglichkeit wäre, die Plasmalänge zu vergrößern. Hierbei würden jedoch auch Effekte wie Ablenkung und Aufweitung des Messstrahls zunehmen.

Quellen und Software

- [1] *Skript zum Versuch Plasmainterferometrie*
- [2] DEMTRÖDER, WOLFGANG, *Laser Spectroscopy*, Springer-Verlag 1996
- [3] NOLTING, WOLFGANG, *Grundkurs Theoretische Physik 3: Elektrodynamik*, Springer-Verlag 2002
- [4] *OpenOffice Calc 1.1.3*, <http://www.openoffice.org>
- [5] *Gnuplot 4.0*, <http://www.gnuplot.info>