

Fortgeschrittenenpraktikum

Mikrowellen

ANDREI KRAMER (185751) SEBASTIAN SCHUBERT (182598)

8. Juni 2005



Betreuer: Dr. H. DWELK



- | | | |
|-------------------|----------------------|-------------------------|
| ① Reflexklystron | ④ Wellenmesser | ⑦ Voltmeter |
| ② Spannungsquelle | ⑤ Attenuator | ⑧ Hohlleitermessleitung |
| ③ Diode | ⑥ Kurzschlusschieber | ⑨ Oszilloskop |

Abbildung 1: Versuchsaufbau

1 Einleitung und Versuchsaufbau

Mikrowellen sind elektromagnetische Strahlen im Wellenlängenbereich von 30 cm bis 0,3 mm bzw. Frequenzbereich von 10^9 Hz bis 10^{12} Hz [1]. Ihre Wellenlänge lässt Bauteile von üblichen elektrischen Schaltungen als Antennen wirken, wodurch sie nicht über gewöhnlicher Drähte als Leiter transportiert werden können. Deswegen werden stattdessen Hohlleiter verwendet, die nach außen keinerlei Strahlung abgeben. Bei den Hohlleiterbauelementen gibt es zu den gewohnten Schaltelementen analoge Vorrichtungen. In diesem Versuch werden die Eigenschaften einiger Bauelemente und die genauen Strahlungscharakteristika untersucht (Frequenzen, Leistungsverläufe bei stehenden Wellen und Ähnliches).

Der generelle Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 zu sehen. Die Mikrowellen werden durch das Reflexklystron ① erzeugt. Dieses ist ein Hohlraumresonator, in dem durch wechselnde Ladungsdichte – hervorgerufen durch Beschleunigungs- und Reflektorspannung aus der Spannungsquelle ② – ein elektromagnetisches Feld erzeugt wird. Die anderen Geräte werden bei der Auswertung besprochen.

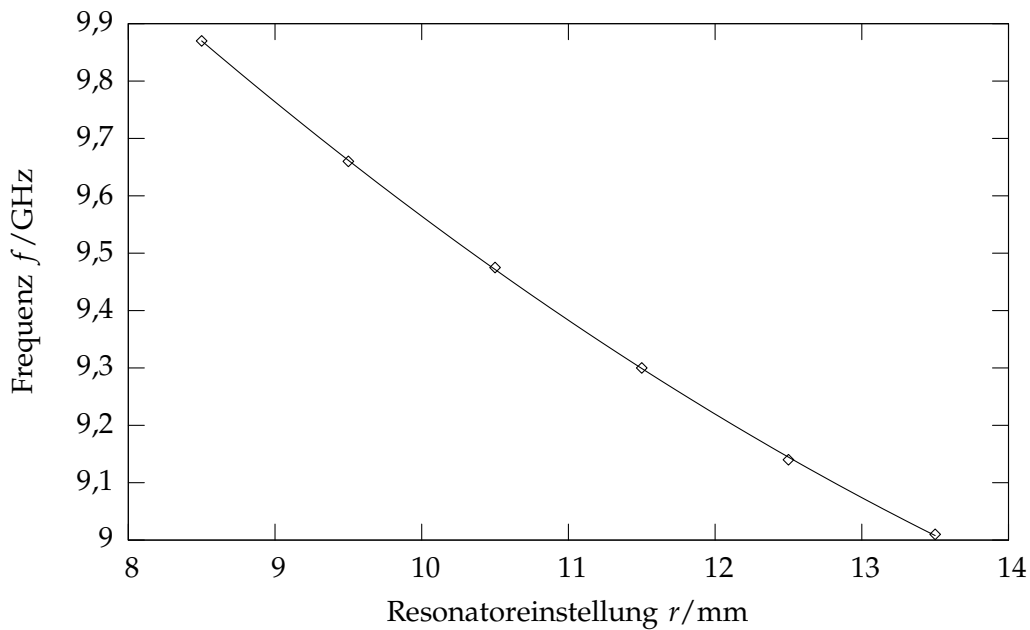


Abbildung 2: Eichkurve des Wellenmessers

2 Frequenzbestimmung mit dem Wellenmesser

Die Frequenz der Welle im Hohlleiter haben wir mit einem geeichten Resonator (Wellenmesser ④) bestimmt. Dieser entzieht dem System nur im Resonanzfall Wirkleistung, welches durch eine deutliche Änderung des zur Leistung proportionalen Signals an der Diode ③ feststellbar ist. Die Frequenz kann an der Eichkurve in Abbildung 2 bestimmt werden. Die Messung wurde bei sechs verschiedenen Einstellungen des komplexen Abschlusswiderstandes, welcher durch den Attenuator ⑤ und den Kurzschlusschieber ⑥ gebildet wird, durchgeführt. Da die Reflektorspannung $U_{\text{refl}} = 152,2 \text{ V}$ (gemessen mit ⑦) dabei nicht geändert wurde, blieb die Frequenz konstant bei $f = (9,34 \pm 0,01) \text{ GHz}$. Der Fehler ergibt sich aus der Übertragung des Fehlers der Resonatoreinstellung auf die Frequenz über die Eichkurve. Damit ist die Vakuumwellenlänge

$$\lambda_0 = c/f = (32,11 \pm 0,03) \text{ mm}. \quad (1)$$

3 Vermessung der Moden und ihrer Frequenzen

Die Moden wurden ebenfalls der Diode ③ vermessen, die Reflektorspannung mit dem Voltmeter ⑦. Das Detektorsignal ist proportional zu U^2 und damit zu P , da $P = UI = U^2/R$ in der Diode. Innerhalb der beiden stärksten Moden wurden zusätzlich die Frequenzen der Mikrowellen gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3 zu finden.

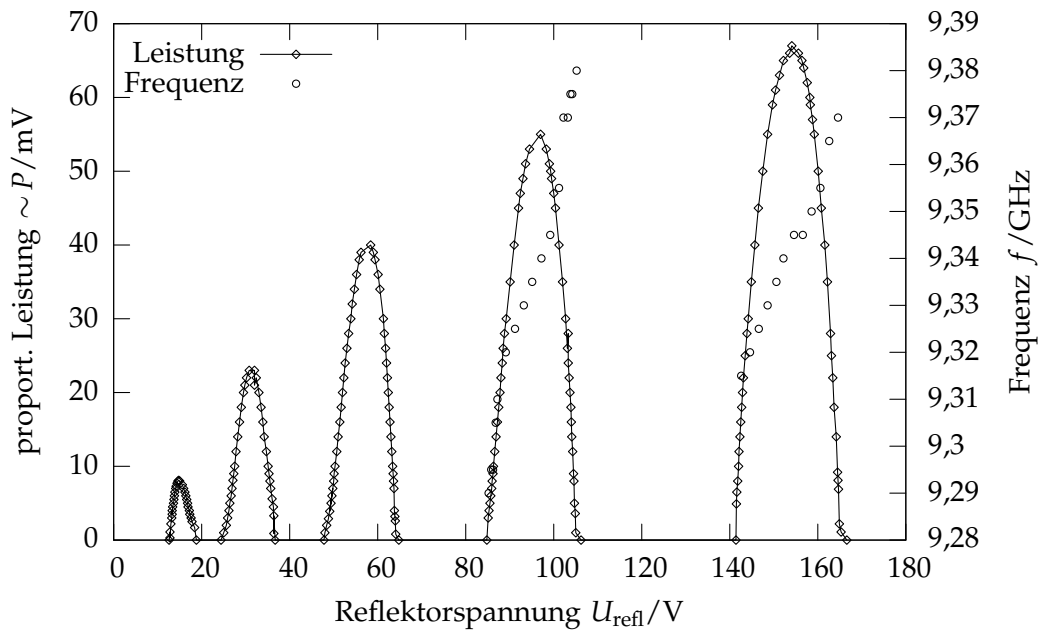


Abbildung 3: Moden und Frequenzen des Reflexklystrons in Abhängigkeit von der Reflektorspannung U_{refl}

4 Leistungsverteilung bei Abschluss mit einer Kurzschlussplatte

Mit der Messleitung ③ kann man den Verlauf der Leistung innerhalb des Hohlleiters untersuchen. Dieses Bauelement besteht aus einem Hohlleiter, der auf der Breitseite parallel zur Hohlleiterachse geschlitzt ist und so keine Wandstromlinien der Grundwelle schneidet. So kann der Schlitz weder die Feldverteilung im Innern stören noch Leistung abstrahlen.

Abbildung 4 zeigt die ermittelten Messwerte. Sie wurden durch Verschieben der Sonde entlang der Messleitung bestimmt. Desweiteren befindet sich in dieser Abbildung eine an die Periode und Amplitude angepasste Darstellung einer $|\sin x|$ und einer $\sin^2 x$ Kurve. In Abbildung 5 wird die Differenz der relativen Abweichung der beiden angepassten Kurven zu unseren Messwerten dargestellt. Hierbei bedeutet ein negativer Wert, dass $|\sin|$ die Messung besser beschreibt, ein positiver, dass \sin^2 genauer ist. Man erkennt, dass bei den Minima – also niedrige elektrische Felder – \sin^2 vorzuziehen ist, bei den Maxima ist es anders herum. Die Kennlinie der Detektordiode ist bei kleinen Spannungen eher quadratisch, ab einem gewissen Wert eher linear. Hiermit lässt sich die Tatsache, dass in der Umgebung der Maxima der Verlauf eher $|\sin|$ -förmig ist, begründen.

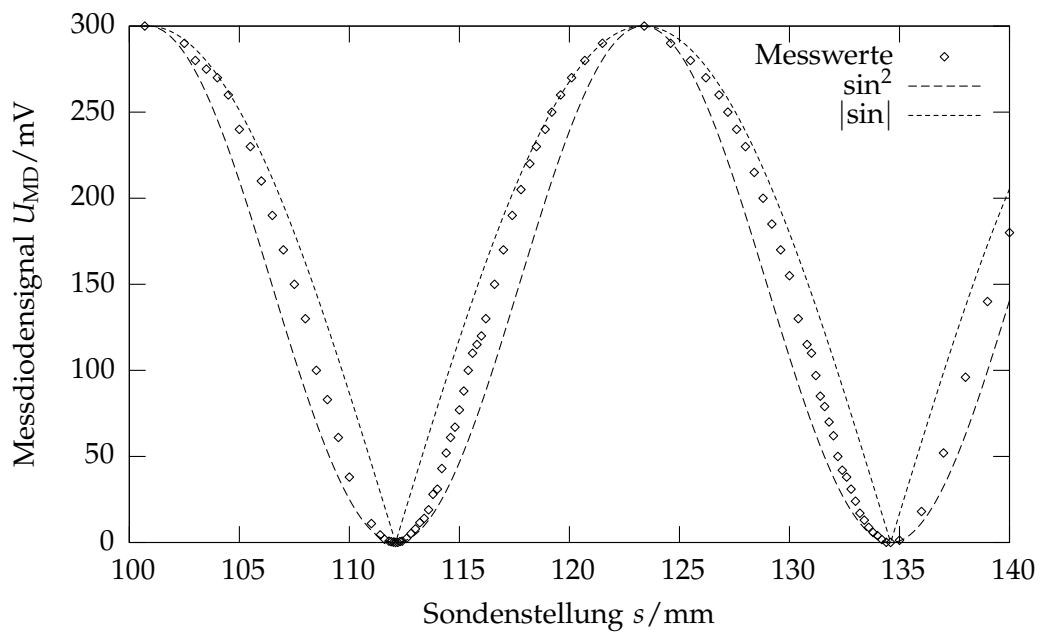


Abbildung 4: Vergleich des mit der Messleitung gemessenen Signals mit Sinus-Funktionen; das Messsignal ist ungefähr proportional zur Leistung

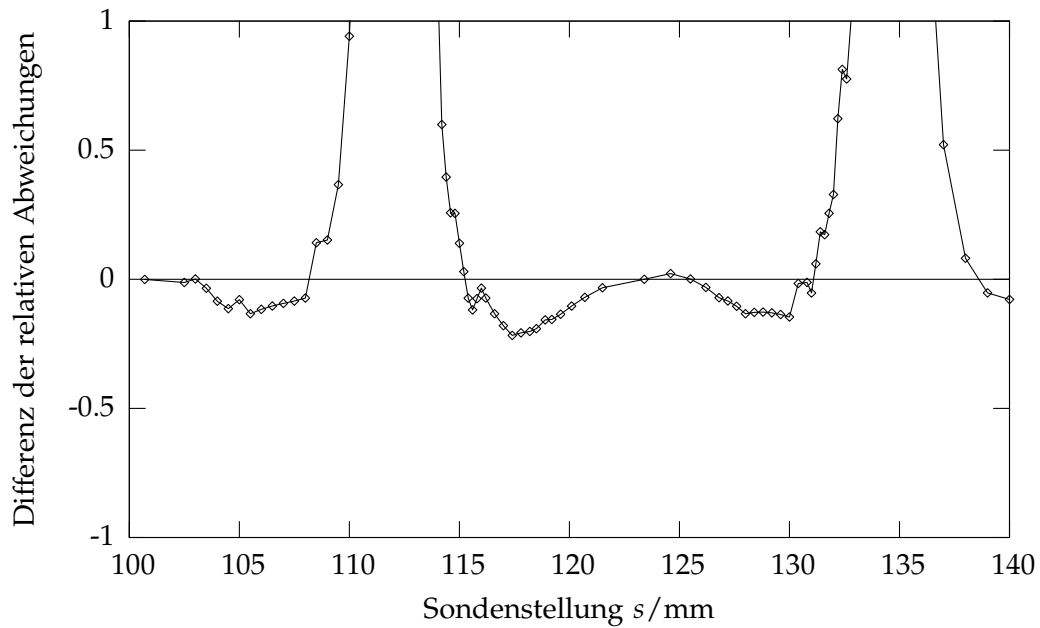


Abbildung 5: Vergleich der Güte der Beschreibungen der Messwerte des Leistungsverlaufs

5 Hohlleiter-, Vakuum- und Grenzwellenlänge

Aus der Abbildung 4 entnimmt man die Hohlleiterwellenlänge zu $\lambda_H = 2 \cdot (22,5 \pm 0,1) \text{ mm} = (45,0 \pm 0,2) \text{ mm}$. Für die hier verwendete H_{10} Mode gilt

$$\lambda_c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} = 2a, \quad (2)$$

wobei a und b die Abmessungen des Leiters sind. Für den Hohlleitertyp R 100 ist $a = (22,85 \pm 0,01) \text{ mm}$ (siehe [1]), also $\lambda_c = (45,72 \pm 0,02) \text{ mm}$. Der Fehler für a wurde wegen angegebener Genauigkeit angenommen. Für die Vakuumwellenlänge gilt nun

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_H^2}}} = (32,1 \pm 0,5) \text{ mm}, \quad (3)$$

wobei sich der Fehler aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergeben hat. Vergleicht man nun (1) und (3), dann erkennt man, dass der Fehler bei Bestimmung über die direkte Messung der Hohlleiterwellenlänge 16mal größer ist als mit dem Wellenmesser.

6 Bestimmung von Abschlusswiderständen

Bei der Bestimmung von Abschlusswiderständen ist das SMITH-Diagramm oder Leitungsdiagramm 2. Art ein geeignetes Hilfsmittel. Es stellt eine Projektion des I. und IV. Quadranten der komplexen Halbebene auf einen Vollkreis dar. Die vertikale Achse stellt die reelle positive Halbachse dar, auf der der normierte Wirkwiderstand $R/Z_0 - Z_0$ stellt den Wellenwiderstand der Leitung dar – abgelesen werden kann. Im Diagramm liegen Punkte mit $R/Z_0 = \text{const.}$ auf Kreisen, die sich im Unendlichen berühren. Der Blindwiderstand iX/Z_0 kann auf der imaginären Achse abgelesen werden, welche durch den Außenkreis gegeben ist. Hier stellen Punkte gleichen Blindwiderstandes Kreise dar, welche durch den entsprechenden Punkt auf der imaginären Achse und dem Unendlichen verlaufen.

Um Abschlusswiderstände ablesen zu können, bestimmt man zuerst den Welligkeitsfaktor

$$s = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + B/A}{1 - B/A} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \quad (4)$$

der Anordnung, wobei A und B die Amplituden der vorlaufenden bzw. rücklaufenden Welle¹ und ρ der komplexe Reflexionsfaktor ist. s ist damit ein Maß für die relativen Amplituden der Welle. Zu einem bestimmten Welligkeitsfaktor gehört nun ein Kreis um den Mittelpunkt des SMITH-Diagramms, da ein konstanter Betrag des Reflexionsfaktors (und damit auch der Welligkeit) einem konstanten Abstand um dem Mittelpunkt des Diagramms entspricht. Der Realteil des Abschlusswiderstandes ändert sich

¹Diese treten auf, wenn der Hohlleiter mit einem Widerstand verschieden vom Wellenwiderstand abgeschlossen wird. Ist dieses nicht der Fall, ist der relative Abschlusswiderstand trivialerweise 1.

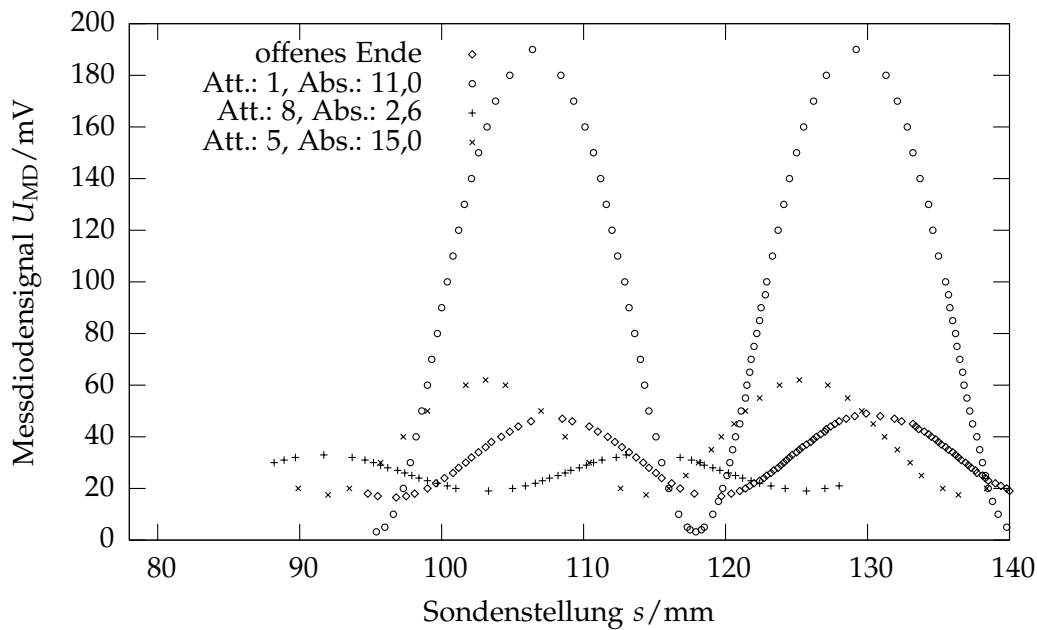


Abbildung 6: Veränderung der Messsignale der Messleitung bei verschiedenen Abschlusswiderständen

nun periodisch – je nachdem, wo man sich auf dem durch s definierten Kreis befindet. Zum Minimum der Spannung in der Messleitung gehört der Punkt auf der reellen Achse zwischen 0 und 1. Möchte man nun die Impedanz an einer Stelle, die bei einer Hohlraumwellenlänge λ_H um δ vom Minimum entfernt ist, bestimmen, so muss man

$$\delta_r = \frac{\delta}{\lambda_H} \bmod \frac{\lambda_H}{2} \quad (5)$$

am Rand des SMITH-Diagramms abtragen und mit dem Mittelpunkt verbinden. Der sich dadurch ergebende Schnittpunkt mit dem Kreis stellt die gesuchte relative Impedanz dar.

Durch Variation des Attenuator ⑤ und des Abschlusschiebers ⑥ bzw. Öffnen der Leitung wurden vier verschiedene Abschlusswiderstände erzeugt. Die dadurch entstandenen Leistungsverteilungen in der Messleitung wurden wie in Abschnitt 4 vermessen. Die Ergebnisse befinden sich in Abbildung 6. Die Auswertung dieser Grafik (Verhältnis der Einstellungen untereinander) ergibt, dass der Attenuator die Höhe der Maxima und Minima verstellt und der Abschlusschieber die Phase ändert. Die Wellenlänge bleibt bis auf leichte Schwankungen von den Einstellungen des Abschlusswiderstandes unbeeinflusst. Aus den SMITH-Diagrammen im Anhang wurden die Werte für die Abschlusswiderstände in Tabelle 1 auf der nächsten Seite entnommen.

Welligkeit s	rel. Minimumsabstand	Realteil R	Imaginärteil X
1,70	2,1463	1,000	-0,520
7,71	2,6142	0,240	-0,840
1,88	2,5366	0,551	-0,160
1,32	2,2905	1,250	0,150

Tabelle 1: relative Abschlusswiderstände

7 Bestimmung der Dielektrizitätskonstante eines Stoffes

Um die Dielektrizitätskonstante ϵ_r eines Stoffes zu bestimmen, haben wir statt des Attenuators ⑤ einen kurzgeschlossenen Hohlleiter mit dem an dessen Dimensionen angepassten Stoff abgeschlossen. Wir bestimmten die Lage der Minima der Spannung in der Messleitung für unterschiedliche Dicken d des zu untersuchenden Stoffes. Diese Werte sind in Tabelle 2 auf der nächsten Seite zu finden.

Für ϵ_r gilt nach [2]

$$\epsilon_r = 1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_H} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{H\epsilon}} \right)^2, \quad (6)$$

wobei $\lambda_{H\epsilon}$ die Hohlleiterwellenlänge im Dielektrikum ist. Sie berechnet sich nach

$$\lambda_{H\epsilon} = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (7)$$

Für β gilt dabei die transzendente Gleichung

$$\frac{\tan(\beta d)}{\beta d} = -\frac{\lambda_H}{2\pi d} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_H} z_0\right), \quad (8)$$

z_0 ist dabei die Entfernung vom Dielektrikum zum ersten Minimum der Spannung. Sie lässt sich aus der Verschiebung ΔM der Minima ohne und mit Dielektrikum berechnen. Es gilt

$$z_0 = (\lambda_H - d - \Delta M) \bmod (\lambda_H/2), \quad (9)$$

da bei uns die $d < \lambda_H/2$ ist. Somit lässt sich β in (8) berechnen – dieses haben wir numerisch mit [5] getan – und in (7) einsetzen. Hieraus lässt sich dann ϵ_r in (6) berechnen. Es ergeben sich dadurch die Werte in Tabelle 3.

Man erkennt, dass die Streuung der Werte wesentlich größer ist als ein Fehler, der sich durch Fehlerfortpflanzung ergeben würde. Deshalb ergibt sich der Fehler unseres Endresultats aus dieser Streuung:

$$\epsilon_r = 2,5 \pm 0,1. \quad (10)$$

8 Güte des Hohlraumresonators

Um die Güte Q eines Hohlraumresonators abzuschätzen, schlossen wir diesen über eine Koppelblende an die Messleitung an. Danach verbanden wir eine Messdiode mit

0 mm		16,7 mm		16,2 mm		9,8 mm		12,2 mm		7,9 mm	
<i>s</i>	<i>U</i>	<i>s</i>	<i>U</i>	<i>s</i>	<i>U</i>	<i>s</i>	<i>U</i>	<i>s</i>	<i>U</i>	<i>s</i>	<i>U</i>
117	0,3	122,9	0,3	124,3	0,8	129,1	0,3	129,2	0,3	129,6	0,3
117,1	0,2	123	0,2	124,2	0,7	129	0,2	129,1	0,2	129,5	0,2
117,2	0,1	123,3	0,13	124,1	0,6	128,9	0,1	129	0,1	129,4	0,1
117,3	0,01	123,5	0,2	123,9	0,57	128,6	0,01	128,8	0,01	129,1	0,02
117,4	0,1	123,6	0,3	123,8	0,6	128,3	0,1	128,4	0,1	128,8	0,1
117,5	0,2			123,6	0,7	128,2	0,2	128,3	0,2	128,7	0,2
117,5	0,3			123,4	0,8	128,1	0,3	128,2	0,3	128,6	0,3
95	0,3	101,1	0,3	101,9	0,8	106,6	0,3	107,1	0,3	107,1	0,3
94,9	0,2	101	0,2	101,8	0,7	106,5	0,2	107	0,2	107	0,2
94,8	0,1	100,8	0,12	101,6	0,6	106,4	0,1	106,7	0,1	106,9	0,1
94,7	0,01	100,5	0,2	101,4	0,54	106,1	0,01	106,3	0	106,6	0,01
94,6	0,1	100,4	0,3	101,2	0,6	105,8	0,1	105,7	0,1	106,3	0,1
94,6	0,2	100,3	0,4	101	0,7	105,7	0,2	105,5	0,2	106,2	0,2
94,5	0,3			100,9	0,8	105,6	0,3	105,3	0,3	106	0,3
72,4	0,3	79	0,4	79,3	0,8	84,1	0,3	84,2	0,3	84,6	0,3
72,4	0,2	78,9	0,3	79,2	0,7	84	0,2	84	0,2	84,5	0,2
72,3	0,1	78,8	0,2	79,1	0,6	83,9	0,1	83,9	0,1	84,3	0,1
72,2	0	78,5	0,1	78,9	0,52	83,6	0,01	83,7	0	84	0,01
72,1	0,1	78,2	0,04	78,7	0,6	83,3	0,1	83,4	0,1	83,8	0,1
72	0,2	77,9	0,1	78,5	0,7	83,2	0,2	83,2	0,2	83,6	0,2
72	0,3	77,6	0,2	78,4	0,8	83,1	0,3	83,1	0,3	83,5	0,3
		77,5	0,3								

Tabelle 2: Lage der Spannungsminima bei unterschiedlichen Dicken d (erste Zeile) des Dielektrikums in der Messleitung; s ist die Sondenstellung in mm, U das Messdiodensignal in mV

d/mm	16,7	16,2	9,8	12,2	7,9
$\Delta M/\text{mm}$	16,52	15,88	11,18	11,02	10,72
z_0/mm	11,88	13,02	24,12	21,88	3,93
β/mm^{-1}	0,2795	0,2833	0,2768	0,2712	0,2844
$\lambda_{\text{He}}/\text{mm}$	22,48	22,18	22,7	23,17	22,1
ϵ_r	2,53	2,58	2,49	2,41	2,60

Tabelle 3: Werte zur Berechnung der Dielektrizitätskonstante

dem Oszilloskop ⑨ und überlagerten die Reflektorspannung des Klystrons mit der Sägezahnspannung des Oszilloskops. Dadurch gelang es, die stärkste Mode komplett abzubilden. Da die Kopplung möglichst kritisch sein sollte, d. h. dass keine Leistung reflektiert wird ($\rho = 0$), stellten wir die Schraube der Blende so ein, dass bei Resonanz des Resonators die Leistung 0 ist.

Für die Güte Q eines Hohlraumresonators gilt

$$Q = \frac{f_0}{\delta f}, \quad (11)$$

wobei f_0 die Frequenz des Leistungsmaximums der Mode und δf die Halbwertsbreite dieser ist. Diese Werte bestimmten wir mit dem Wellenmesser ④. Dessen korrekte Einstellung konnte man über einen Peak auf dem Oszilloskop beobachten. Dabei ergaben sich folgende Werte:

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= (9,343 \pm 0,005) \text{ GHz} \\ f_{\text{links}} &= (9,328 \pm 0,005) \text{ GHz} \\ f_{\text{rechts}} &= (9,350 \pm 0,005) \text{ GHz} \end{aligned} \right\} \delta f = (0,02 \pm 0,01) \text{ GHz}.$$

Der große Relativfehler ergibt sich dabei dadurch, dass das Ablesen ungenau ist (am Oszilloskop und an der Eichkurve des Wellenmessers) und die beiden Werte für die Halbwertsbreite so dicht beieinander liegen. Hieraus ergibt sich dann eine Güte von

$$Q = 420 \pm 190.$$

9 Minimumlage bei über- und unterkritischer Kopplung

Zur Untersuchung von über- und unterkritischer Kopplung eines Hohlraumresonators wurde der Resonator über je eine Scheibe mit einem kreisförmigen Loch an die Messleitung gekoppelt. Die Lage eines bestimmten Leistungsverteilungsminimums wurde in Abhängigkeit von der Schieberstellung des Resonators aufgenommen (siehe Abbildung 7 und 8 auf der nächsten Seite). Die Darstellungen entsprechen den vorhergesagten Verläufen in [2].

Bei unterkritischer Kopplung erkennt man, dass sich nur in einer kleinen Umgebung um die Resonanzstellung die Minimumlage stark ändert, ansonsten annähernd konstant bleibt. Je kleiner das Loch, desto mehr wirkt die Anordnung wie ein Wellenmesser, der Hohlraumresonator kann nur im Resonanzfall Leistung entziehen. Im Extremfall des geschlossenen Loches (Kurzschlussplatte) ist die Minimumlage unabhängig von der Position des Schiebers.

Durch überkritische Kopplung nimmt die Minimumlage stetig Werte an. Im Bereich der Resonanz ist ein starker Abfall zu erkennen. Generell wirkt der Hohlraumresonator hier eher wie ein Kurzschlusschieber. Im Extremfall der offenen Kopplung an den Schieber würde sich das Minimum linear mit der Schieberstellung verändern.

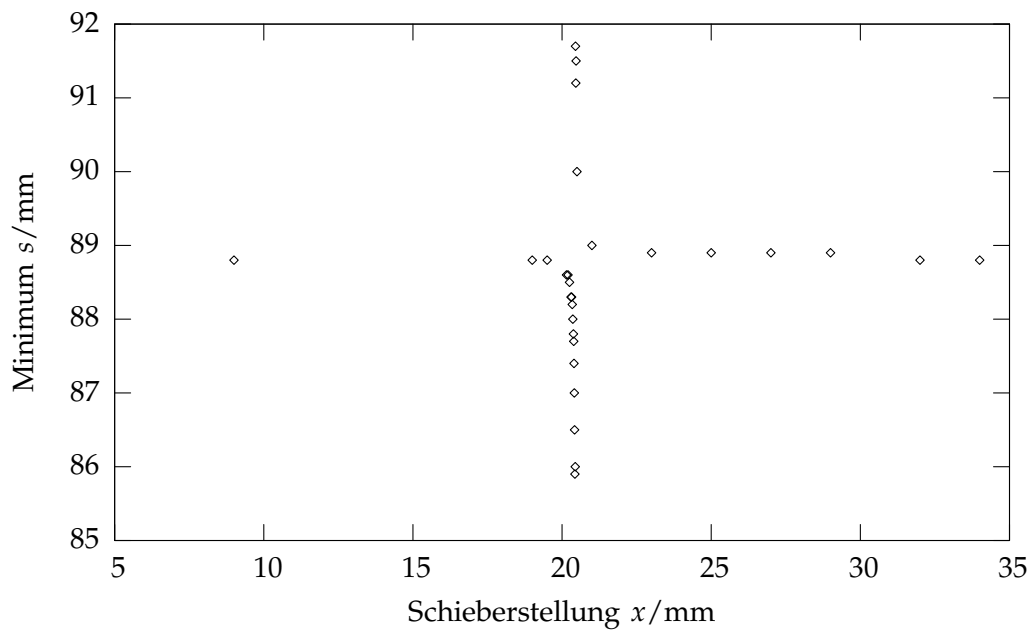


Abbildung 7: Minimumslage bei unterkritischer Kopplung

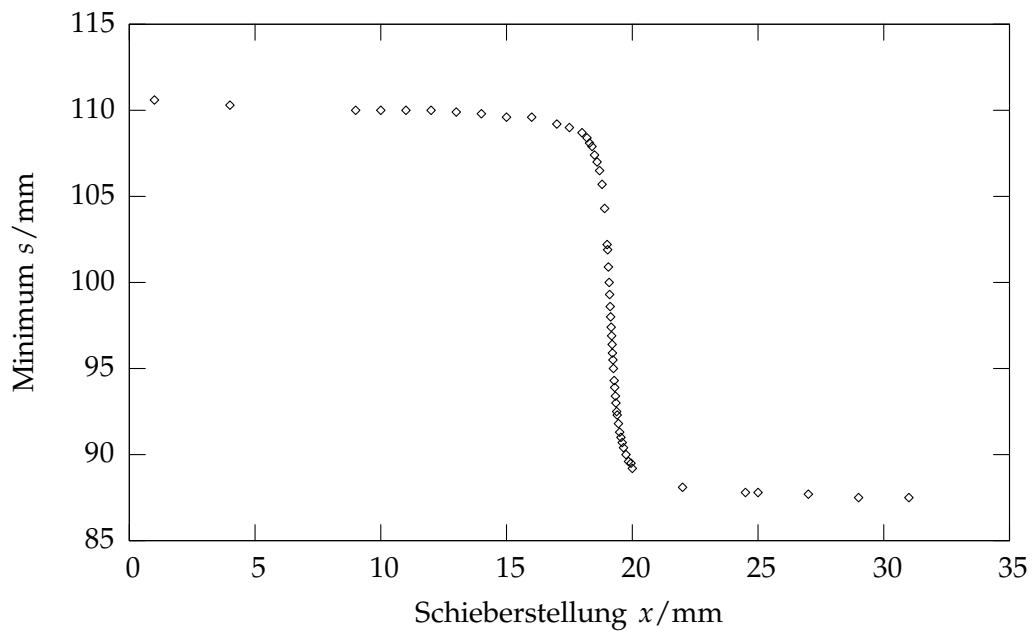


Abbildung 8: Minimumslage bei überkritischer Kopplung

Quellen und Software

- [1] A. J. BADEN FULLER, *Mikrowellen*, Vieweg + Sohn
- [2] FRIESER, ALFRED, *Mikrowellenmesstechnik*, Akademie-Verlag, Berlin, 1965
- [3] *OpenOffice Calc 1.1.3*, <http://www.openoffice.org>
- [4] *Gnuplot 4.0*, <http://www.gnuplot.info>
- [5] *Mathematica 5.0*, <http://www.wolfram.com>
- [6] $\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$, <http://www.dante.de>