

Fortgeschrittenenpraktikum

# Holographie

ANDREI KRAMER (185751)      SEBASTIAN SCHUBERT (182598)

Gruppe: 2005.08

27. Juli 2005



Betreuer: Dr. G. WERNICKE

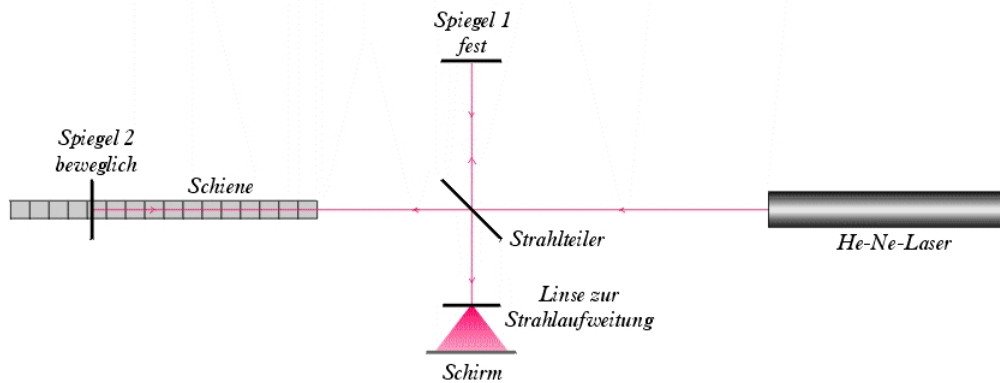


Abbildung 1: Versuchsaufbau des MICHELSON-Interferometers

## 1 Einleitung

Der Versuch soll vermitteln, wie eine holographische Aufnahme entsteht und darüberhinaus einen Einblick in die holographische Interferometrie geben. Ziel ist es – nach einigen Vorbetrachtungen – die Deformation einer am Rand fixierten Platte interferometrisch zu erfassen. Dazu wird die Methode des Phase-Shifts benutzt. Um die dafür benötigte Anordnung aufzubauen, ist es von Vorteil, die Kohärenzlänge zu kennen. Diese wird mit Hilfe eines MICHELSON-Interferometers bestimmt.

## 2 Untersuchungen zur Kohärenzlänge eines HeNe Lasers

### 2.1 Versuchsaufbau und beobachtete Störungen

Das MICHELSON-Interferometer in Abbildung 1 wurde auf einem vibrationsgedämpften Tisch aufgebaut. Der Ausgangszweig, der oft auf einen Detektor gerichtet wird, wurde hier auf eine Wand projiziert und dann mit einer Digitalkamera abgefilmt. Vibrationen des Bodens, die das Bild deutlich beeinflussen, waren hier durch die Dämpfung ausgeschaltet. Über Luft übertragene Schwingungen (z. B. bei lautem Klatschen) und Berühren des Tisches ließen das Interferenzbild jedoch zittern. Eine weitere Störungsquelle waren mögliche Veränderungen der Temperatur im Raum. Die so verursachte Veränderung der Luftdichte kann die optische Weglänge sowohl positiv als auch negativ verändern. Wenn man annimmt, dass *langzeitige* Temperaturänderungen ungefähr die selbe Zeitskala haben wie die Durchführung des Versuchs, dann könnte es sein, dass die Ergebnisse systematisch verfälscht sind. Kurzzeitige Schwankungen der Temperatur (z. B. durch Halten einer Hand unter den Lichtweg) haben den gleichen Einfluss, können aber bei der Aufnahme der Messwerte vermieden werden.

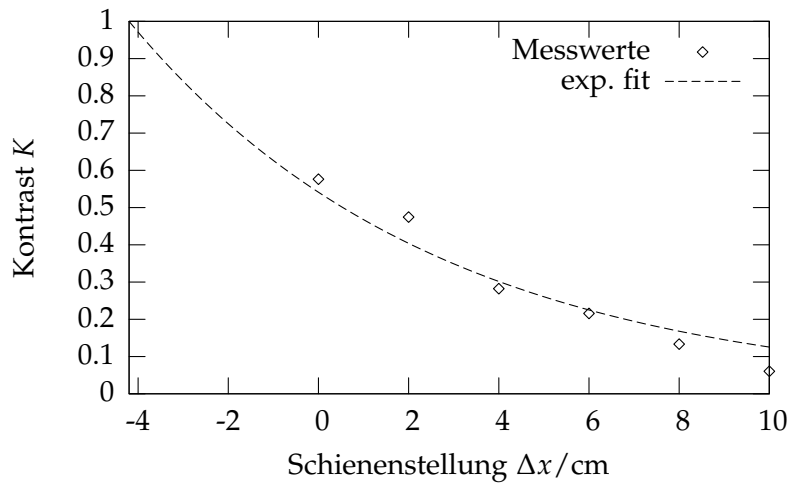


Abbildung 2: Kontrast in Abhängigkeit der Schieberstellung

## 2.2 Bestimmung der Koheränzlänge

Mit Hilfe des beweglichen Spiegels 2 konnte die optische Weglänge eines Arms des Interferometers verändert werden. Hierdurch ergaben sich unterschiedliche Interferenzbilder, dessen Intensitäten  $I$  mit Hilfe der Digitalkamera und eines Computers aufgenommen werden konnten. In der Ausgangslage war der veränderbare Arm ( $4,2 \pm 0,2$ ) mm länger als der andere. Dieser Wert wurde nun mehrmals um 2 cm vergrößert. Die zugehörigen Intensitätsverteilungen befinden sich in Abbildung 3. Nun konnte der Kontrast  $K$  nach

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1)$$

berechnet werden. Die Ergebnisse befinden sich in Abbildung 2.

Die Koheränzlänge ist definiert als der Gangunterschied, bei dem der Kontrast auf  $1/e$  abgenommen hat. Um diese zu berechnen, näherten wir die Messdaten ausgehend von  $K = 1$  für verschwindenden Gangunterschied mit dem Ansatz  $\exp(-a(x + 4,2 \text{ cm}))$  an. Dieses ergab

$$a = (0,146 \pm 0,009) \text{ cm}^{-1}. \quad (2)$$

Für die Koheränzlänge  $l_c$  gilt dann mit  $l_c = 2/a$

$$l_c = (13,6 \pm 0,8) \text{ cm}. \quad (3)$$

Aus  $l_c = c\tau_c$  und  $\Delta f\tau_c = (2\pi)^{-1}$  folgt für die Frequenzbandbreite  $\Delta f$

$$\Delta f = (0,35 \pm 0,02) \text{ GHz}. \quad (4)$$

Die spektrale Bandbreite  $\Delta\lambda$  berechnet sich mit  $c = f\lambda$  und der Wellenlänge  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  des Laser zu

$$\Delta\lambda = (46 \pm 3) \text{ pm}. \quad (5)$$

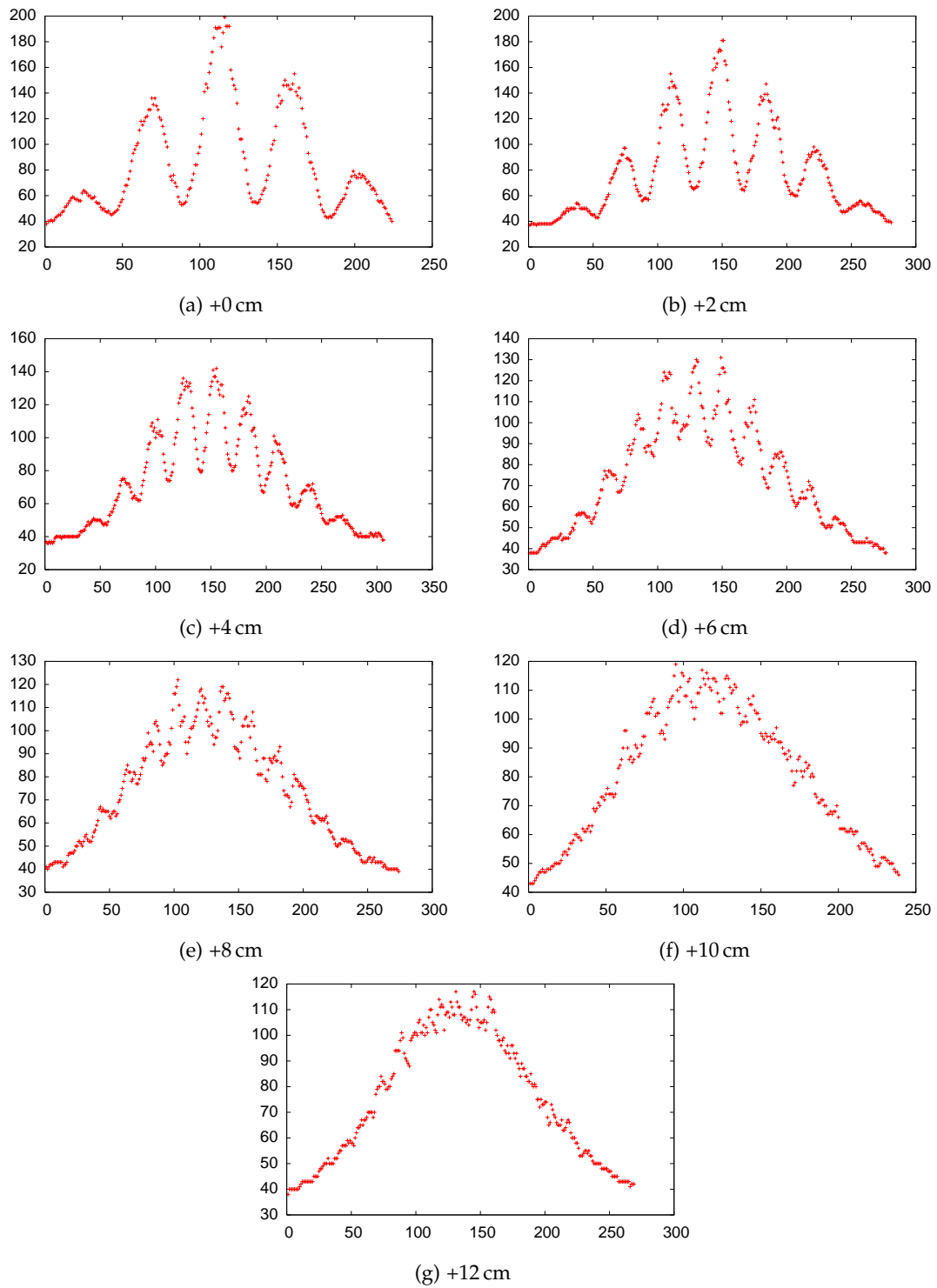


Abbildung 3: Intensität (in willkürlichen Einheiten) in Abhängigkeit des Ortes (Pixel der Kamera) für unterschiedliche Längen eines Interferometerarmes

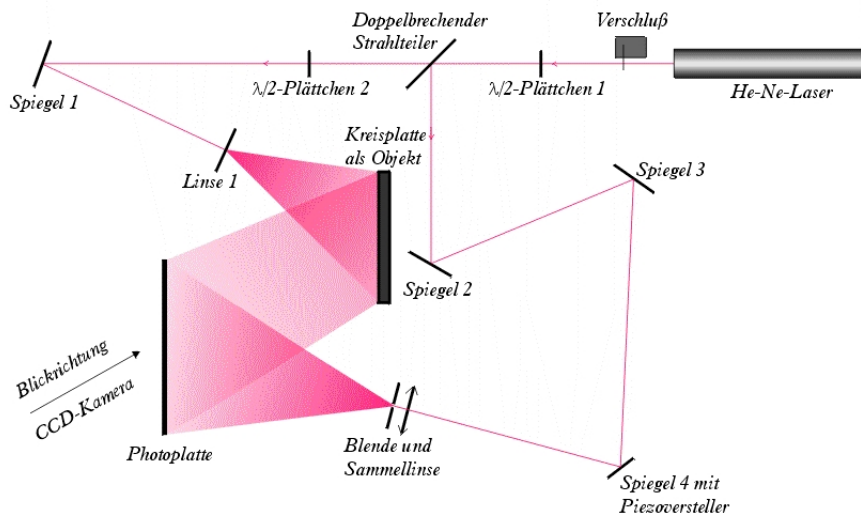


Abbildung 4: Versuchsaufbau zur Aufnahme eines Hologramms

### 3 Aufnahme eines Hologramms und Bestimmung der Phasenverteilung

#### 3.1 Aufbau

Die einzelnen Schritte zum Versuchsaufbau in Abbildung 4 dienen dazu, die während der Versuchsdurchführung nur ungefähr bekannte Kohärenzlänge nicht zu überschreiten, ein optimales Verhältnis der Intensitäten von Objekt- und Referenzbündel einzustellen und eine möglichst gute Ausleuchtung von Objekt und Photoschicht zu erreichen. Zunächst wird das Laserbündel mit einem doppelbrechenden Kristall aufgeteilt. Dazu muss das Bündel mit einem  $\lambda/2$ -Plättchen passend polarisiert werden. Danach muss man mit einem weiteren Plättchen wieder beide Bündel interferenzfähig machen, indem man sie wieder in gleiche Richtung polarisiert. Sobald nun das Objekt gut ausgeleuchtet ist, kann man das Referenzbündel auf die Photoplatte richten und dabei die Spiegel so verstellen, dass beide Lichtwege ungefähr die gleiche Länge haben. Um Verschmutzungen aus der Streulinse im Weg des Referenzstrahls zu entfernen, wird mit einer Anordnung aus einer Sammellinse und einem Loch eine Fourieranalyse des Eingangsstrahls gemacht und die hochfrequenten Störungen gefiltert.

#### 3.2 Aufnahme und Untersuchung

Nachdem der Aufbau abgeschlossen war, wurde im Dunklen eine Photoplatte eingelegt und ca. 5 Minuten ein Schritt vom Tisch entfernt gewartet, um einen möglichst

vibrationsfreien und gleichmäßig warmen Versuchsaufbau zu gewährleisten (vgl. Abschnitt 2.1). Dann wurde das Hologramm durch kurze Belichtung aufgenommen und entwickelt. An dem Ort der Aufnahme und bei Bestrahlung des Hologramm mit dem Laserlicht konnte man ein deutliches, dreidimensionales Bild der Objekte erkennen. Belastete man die Objektplatte in der Mitte, so konnte man auf der Scheibe Ringe erkennen. Diese wurden mit der Digitalkamera aufgenommen. Dazu wurde die Spannung am Piezoversteller bestimmt, die nötig ist, um die Darstellung um  $2\pi$  phasenverschieben. Dadurch war es durch Drittelung möglich, Aufnahmen, die jeweils um  $2\pi/3$  phasenverschoben waren, zu machen.

### 3.2.1 Theoretische Überlegung zur Berechnung der Phase

Für die Intensitätsverteilungen auf der Platte wählt man folgenden Ansatz:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\delta(x, y) + \phi), \quad (6)$$

wobei  $a$  alle additiven und  $b$  alle multiplikativen Störterme enthält;  $\delta$  beschreibt die Phasenverteilung. (Hier und im Weiteren werden die Argumente der Funktionen der Übersichtlichkeit wegen weggelassen.)  $\phi$  nimmt während des Experiments drei verschiedene Werte an:

$$\phi_n = (n - 1) \frac{2\pi}{3}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Somit ergeben sich drei Messwertegruppen:

$$I_n = a + b \cos\left(\delta + (n - 1) \frac{2\pi}{3}\right). \quad (8)$$

Es gilt

$$\begin{aligned} \cos\left(\delta + \frac{2}{3}\pi\right) &= \cos\frac{2}{3}\pi \cos\delta - \sin\frac{2}{3}\pi \sin\delta \\ &= -\frac{1}{2} \cos\delta - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\delta, \\ \cos\left(\delta + \frac{4}{3}\pi\right) &= \cos\frac{4}{3}\pi \cos\delta - \sin\frac{4}{3}\pi \sin\delta \\ &= -\cos\frac{\pi}{3} \cos\delta + \sin\frac{\pi}{3} \sin\delta \\ &= -\frac{1}{2} \cos\delta + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\delta. \end{aligned}$$

Setzt man dieses in (8) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} I_3 - I_2 &= \sqrt{3}b \sin\delta \quad \text{und} \\ 2I_1 - I_2 - I_3 &= 3b \cos\delta, \end{aligned}$$

also

$$\sqrt{3} \frac{I_3 - I_2}{2I_1 - I_2 - I_3} = \tan\delta \quad (9)$$

und somit

$$\delta = \arctan \left( \sqrt{3} \frac{I_3 - I_2}{2I_1 - I_2 - I_3} \right). \quad (10)$$

$\delta$  ist hierbei durch die Anwendung des Arkustangens der Phasenwinkel modulo  $\pi$ .

### 3.2.2 Ergebnisse

Aus den drei aufgenommenen Bildern wurde vom Computer nach Gleichung (10) das Phasenbild berechnet. Die zugehörige Darstellung befindet sich in Abbildung 5 auf der nächsten Seite, der dort angedeutete Schnitt in Abbildung 6. Aus der Anzahl der Ringe  $N$  kann man die Durchbiegung  $w$  berechnen, es gilt

$$w = \frac{N\lambda}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}. \quad (11)$$

Mit  $\alpha = 46^\circ \pm 2^\circ$  und  $N = 5,5 \pm 1$  folgt

$$w = (1900 \pm 400) \text{ nm}. \quad (12)$$

Der relativ große Fehler entsteht durch die ungenaue Abschätzung der Anzahl der Ringe.

Mit Hilfe des Programms konnte aus dem Phasenbild eine Deformationskurve berechnet werden. Hier musste noch die Randbedingung einer Platte, dass sie am Rand fest eingespannt ist, durch Subtraktion einer linearen Funktion berücksichtigt werden. Die entsprechende Graphik befindet sich in Abbildung 7 auf Seite 9. Hier liest man  $w' = (1480 \pm 5) \text{ nm}$  ab. Berücksichtigt man nun noch, dass man von der Seite beobachtet, teilt man also noch durch  $\cos(\alpha/2)$ , so erhält man

$$w = 1609. \quad (13)$$

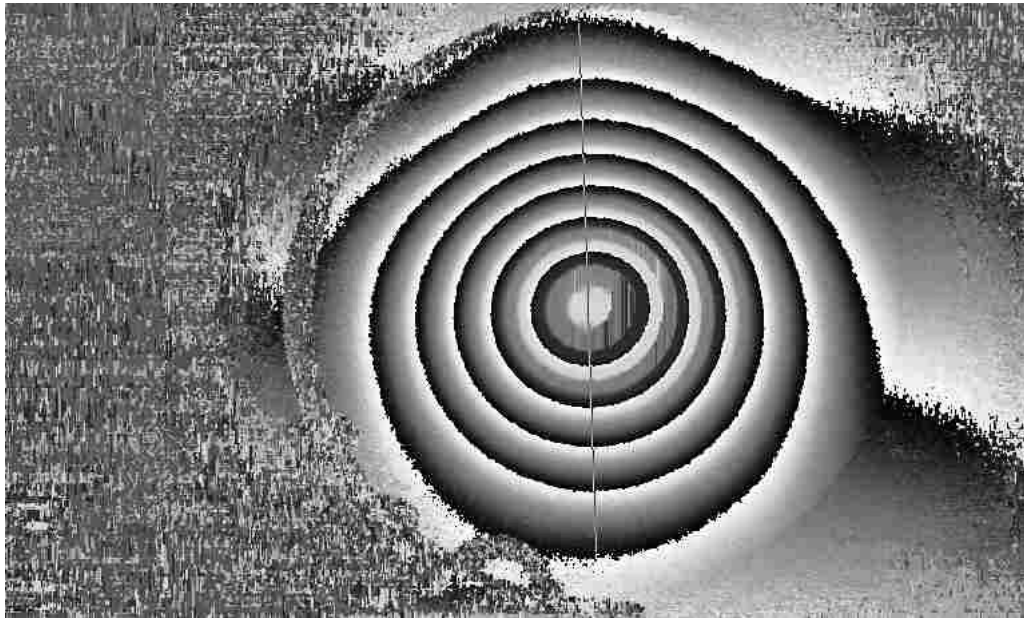


Abbildung 5: Phasenbild modulo  $\pi$

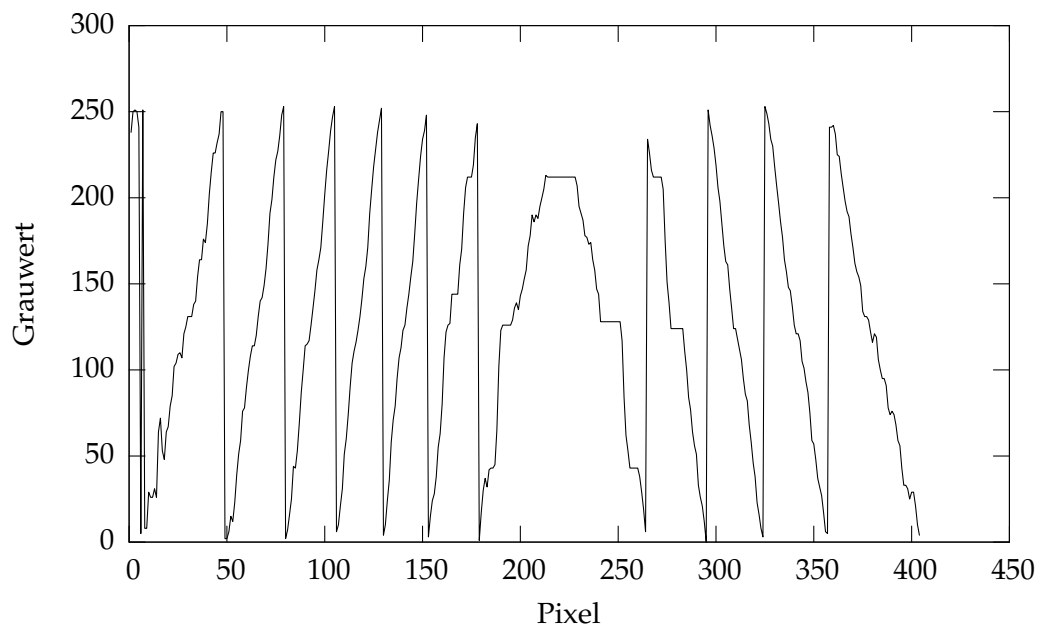


Abbildung 6: Schnitt durch das Phasenbild

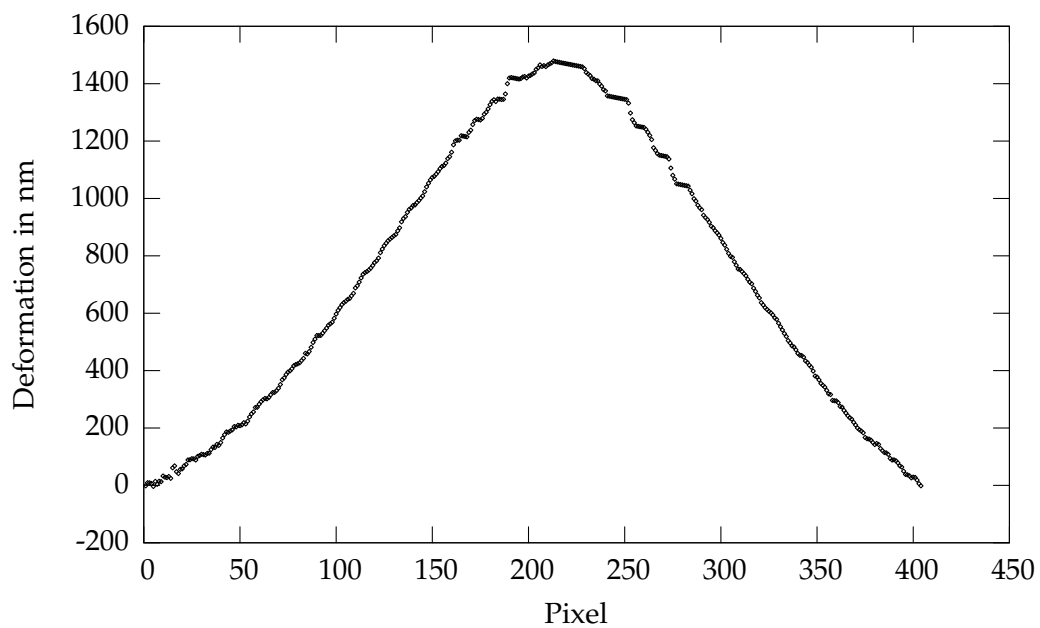


Abbildung 7: Durchbiegungskurve

## Quellen und Software

- [1] WERNICKE, G, *Anleitung zum Versuch D3*,  
<http://f-praktikum.physik.hu-berlin.de/d3.html>
- [2] HECHT, EUGENE, *Optics, Fourth Edition*, Pearson Education, 2002
- [3] *OpenOffice Calc 1.1.3*, <http://www.openoffice.org>
- [4] *Gnuplot 4.0*, <http://www.gnuplot.info>
- [5] *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>*, <http://www.dante.de>