

Fortgeschrittenenpraktikum

# Paramagnetische Elektronenresonanz

ANDREI KRAMER (185751)

SEBASTIAN SCHUBERT (182598)

Gruppe: 2005.08

4. Juli 2005



Betreuer: Dr. H. DWELK

# 1 Einleitung

Mit diesem Versuch soll der LANDÉ-g-Faktor des Elektrons bestimmt werden. Er beschreibt die Kopplung des Spins an das magnetische Moment und ist deshalb von Interesse, da sich ein klassisch nicht begründbares Ergebnis ergibt. Als Hilfsmittel dient hier die *Paramagnetische Elektronenresonanz* (EPR). Sie nutzt aus, dass durch ein magnetisches Feld die Entartung der Energiezustände bezüglich der magnetischen Quantenzahl des Spins aufgehoben wird.

## 2 Theoretische Vorüberlegung

Die Energie  $E$  eines magnetischen Dipols  $\mu$  in einem magnetischen Feld  $B$  beträgt

$$E_{\text{magn}} = -\mu \cdot B = -\mu_z B, \quad (1)$$

wenn das B-Feld in z-Richtung orientiert ist. In Kristallen werden die Bahndrehimpuls-komponenten durch innere Felder aufgehoben ( $l = 0$ ), so dass sich  $\mu$  nur durch den Eigendrehimpuls Spin  $s$  des Elektrons ergibt<sup>1</sup>:

$$\mu = -\frac{g_e \mu_B}{\hbar} s. \quad (2)$$

$g_e$  ist hier der LANDÉ-g-Faktor des Elektrons für  $l = 0$  und  $\mu_B = e\hbar/2m_e$  das BOHRsche Magneton. Der Betrag des Spins des Elektrons ist  $\sqrt{s^2} = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{3/4}\hbar$ . Für die z-Projektion  $s_z$  gilt

$$s_z = m_s \hbar = \pm \hbar/2. \quad (3)$$

Setzt man nun (3) und (2) in (1) ein, so folgt

$$E_{\text{magn}} = \pm 1/2 g_e \mu_B B \Rightarrow \Delta E_{\text{magn}} = g_e \mu_B B. \quad (4)$$

Photonen mit der Energie  $E_{\text{ph}} = E_{\text{magn}}$  können emittiert oder absorbiert werden. Hieraus folgt die Resonanzbedingung

$$hf = g_e \mu_B B. \quad (5)$$

Welcher der beiden Prozesse stattfindet, hängt von der Energieverteilung im Gitter ab. Im thermischen Gleichgewicht kann man hier von einer BOLTZMANN-Verteilung ausgehen, so dass für das Verhältnis der Besetzungszahlen des energetisch niedrigen ( $N_-$ ) zum energetisch höheren ( $N_+$ ) Zustand

$$\frac{N_-}{N_+} = e^{(E_+ - E_-)/kT} = e^{hf/kT} \quad (6)$$

gilt. Der Prozess der Absorption überwiegt also.

---

<sup>1</sup>Der Gesamtdrehimpuls ergibt sich zu  $j = s$ .

Bei konstanter Mikrowellenfrequenz  $f$  ergibt sich nun ein Messsignal mit der Absorptionslinie  $A(B)$ . Liegt Resonanz nach (5) vor, so wird  $A$  extremal. Das stationäre Magnetfeld  $B_0$  wird durch einen durch eine Spule fließenden Strom erzeugt. Diesem Feld wird ein sinusförmiges Modulationsfeld  $B_m$  überlagert:

$$B(t) = B_0 + B_m \cos \omega_m t. \quad (7)$$

Ist  $B_m$  klein gegenüber der Linienbreite  $\Delta B$  der Absorptionslinie, so gilt für das Messsignal  $U$ :

$$U(B_0) \sim \left. \frac{dA}{dB} \right|_{B_0}. \quad (8)$$

Beim Verschwinden des Messsignals stellt also nach der obigen Überlegung  $B_0$  die Resonanzfeldstärke in (5) dar und es lässt sich  $g_e$  bestimmen. Aus der relativistischen DIRACTheorie folgt  $g_e = 2$ , in der Quantenelektrodynamik wird dieser Wert zu

$$g = 2 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots \right) = 2,002319 \dots \quad (9)$$

korrigiert.

### 3 Messprinzip und Erläuterungen zum differentiellen Abtasten

Die Hohlleiteranordnung in Abbildung 1 auf Seite 5 wird dazu benutzt, eine Mikrowelle konstanter Frequenz  $f$  zu erzeugen und einige Messsonden und Hohlraumresonatoren miteinander zu verbinden. Der Resonator, der die Probe enthält, muss auf  $f$  eingestellt sein muss.

Um die eingestellte Frequenz  $f$  zu stabilisieren, wird die Reflektorspannung  $U_R$  mit einer Wechselspannung kleiner Amplitude und Frequenz  $f_{\text{mod}}$  überlagert. Dadurch schwankt die Klystronfrequenz um einen Betrag von  $\Delta f$  mit  $f_{\text{mod}}$ . Der Reflexionsfaktor  $r = r_0 e^{i\beta}$  eines Hohlraumresonators ist im Bereich seiner Eigenfrequenz stark frequenzabhängig, so dass die Amplitude der reflektierten Welle auch mit  $f_{\text{mod}}$  schwankt. Wird die Welle nun mit einer Halbleiterdiode gemessen, so ergibt sich ein Detektorwechselstrom  $I$  mit einer Amplitude von  $I_0 \approx |dr_0/df|$  für kleine  $\Delta f$ . Verändert sich  $f$  von  $f < f_{\text{HRR}}$  zu  $f > f_{\text{HRR}}$ , so geht  $I_0$  dabei durch 0 und die Phasenlage ändert sich um  $180^\circ$ . Richtet man nun das Detektorsignal phasenempfindlich gleich, so ergibt sich eine Gleichspannung  $U_R$ , die monoton von  $f - f_{\text{HRR}}$  abhängt. Führt man diese Spannung nun zum Reflektor des Klystrons, so wird dieses auf die Frequenz des Hohlraumresonators stabilisiert.

Das eigentliche Absorptionssignal wird differentiell abgetastet. Dazu wird an dem Magnetfeld der großen Spule leicht gerüttelt, in dem man ein kleineres Wechselfeld überlagert (siehe (7)), und beobachtet wie sich die Amplitude des reflektierten Signals verhält. An der Stelle wo die Energie der Mikrowelle und die magnetfeldbedingte Energieniveaufspaltung übereinstimmen (siehe (5)), ist die Absorption maximal. An dieser Stelle ist die Amplitude des Messsignals, welches ja ebenfalls mit der Modulationsfrequenz schwingt und nur den Wechselfeld-Anteil (Modulationsfeld) der

reflektierten Welle darstellt, gleich Null, da der Anstieg der Absorptionskurve an der Stelle verschwindet und das Rütteln des Magnetfeldes somit keinen Effekt hat. Aus diesem Grund nennt man dieses Verfahren differentielles Abtasten, wobei es nicht unbedingt sein muss, dass das Signal streng überall mit der Ableitung  $dA/dB$  übereinstimmt. Hierfür müsste  $B_m$  gegen Null gehen.

Da an den Geräten nur die Stromstärke – zur Erzeugung des Magnetfeldes – abgelesen werden kann, muss dieser Wert erst mit Hilfe der Hysteresekurve ausgerechnet werden. Dabei muss die Richtung, in der das Magnetfeld durchfahren wurde, beachtet werden.

Das Messsignal wurde frequenzselektiv gleichgerichtet und an einem Multimeter abgelesen.

## 4 Abstimmvorgang der Anordnung

Zunächst wurde des Klystron auf die stärkste Mode eingestellt. Dieses konnte mit Sonde 1 überprüft werden. Die Frequenz der Mikrowelle konnte nun mit Sonde 2 bestimmt werden. Dazu wurde der passende Hohlraumresonator in Resonanz gebracht. Dieses ergab eine Frequenz von

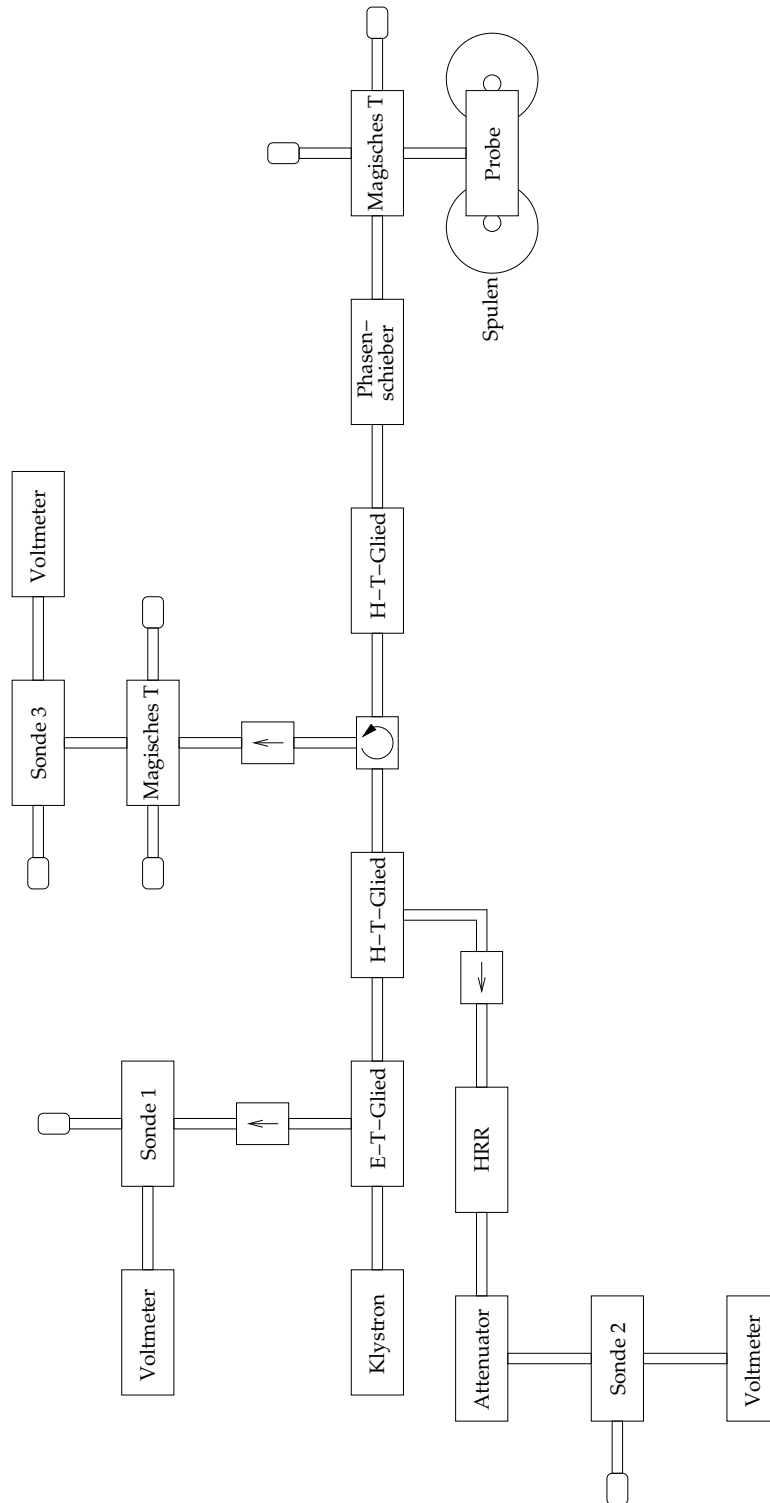
$$f = (9,085 \pm 0,005) \text{ GHz.} \quad (10)$$

Danach erfolgte ein Abstimmvorgang bei dem der Resonator auf Resonanz mit der Hohlleiterfrequenz gebracht wird. Dazu wurden die Anpassungstransformatoren verstellt und der Resonator mit seiner Schraube angepasst. Resonanz lag vor, als das sinusförmige Reflexionssignal minimal wurde. Der Abstimmvorgang diente weiterhin dazu, ein möglichst großes und symmetrisches Messsignal zu bekommen. Dazu wurde immer das Maximum und Minimum des Signals überprüft. Dieser Vorgang musste zwei Mal durchgeführt werden. Da er die Frequenz nicht beeinflusst kann er auch öfter wiederholt werden.

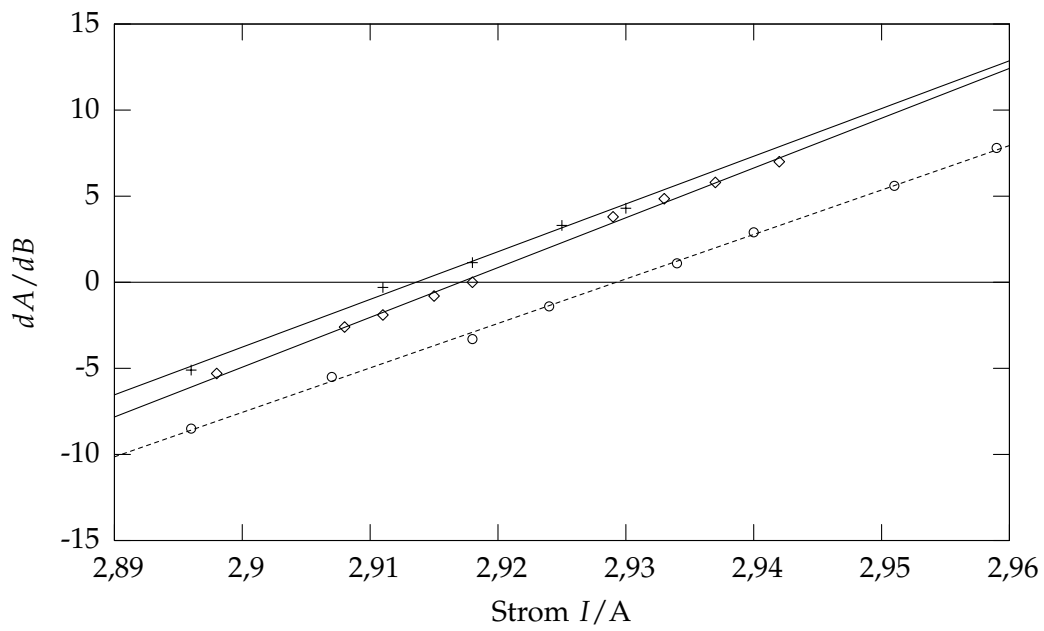
## 5 Aufnahme der Resonanzabsorption

Wie in Abschnitt 3 erläutert, wurden das Magnetfeld  $B_0$  mit einem Modulationsfeld der Frequenz  $f_m = 107,8 \text{ Hz}$  überlagert. Gemessen wurde je dreimal bei aufsteigendem Strom bzw. fallendem Strom. Die annähernd linearen Bereiche sind in den Abbildungen 2 und 3 auf Seite 6 zu finden.

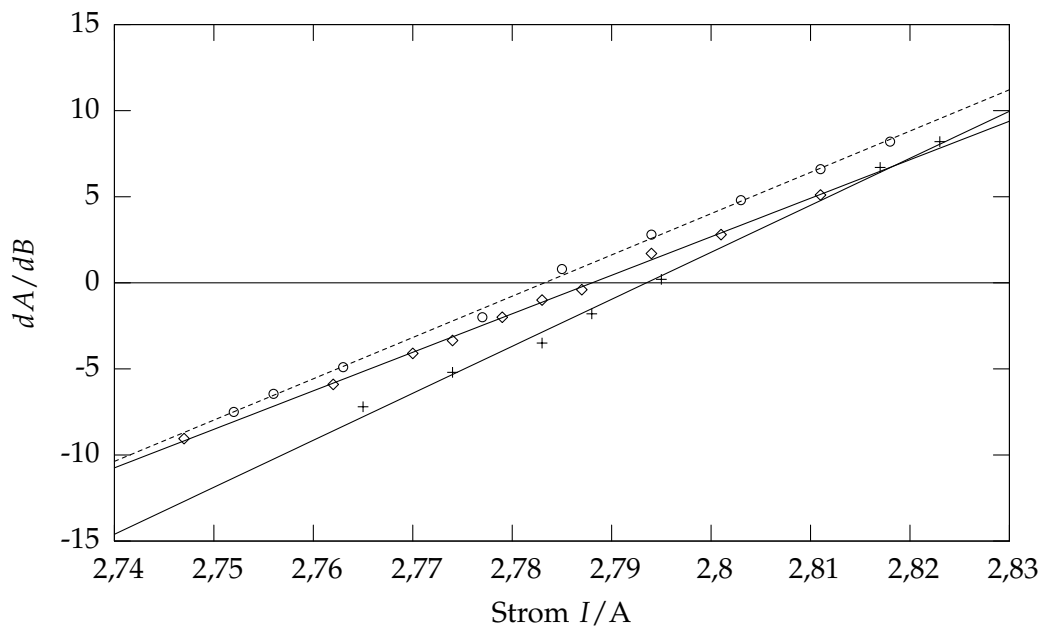
Die Messungen sind innerhalb der Fehlergrenzen (vgl. Abschnitt 6.2) reproduzierbar. Das Schwanken der Frequenz  $f$  ist durch die Stabilisierung minimiert und wird im Fehler berücksichtigt. Einzig die Stellung der Anpassungstransformatoren ist schwierig wiederherzustellen. Dieses sollte aber auf das Endergebnis in 6.1 keinen Einfluss haben, maximal der Fehler könnte durch nicht optimale Einstellung größer werden.



**Abbildung 1: Versuchsaufbau**



**Abbildung 2:** Aufsteigender Strom



**Abbildung 3:** Fallender Strom

Strom $I/A$	$B/mT$
$2,93 \pm 0,07$	$320 \pm 7$
$2,92 \pm 0,09$	$319 \pm 9$
$2,91 \pm 0,16$	$320 \pm 20$
$2,79 \pm 0,13$	$320 \pm 10$
$2,79 \pm 0,07$	$320 \pm 7$
$2,78 \pm 0,07$	$319 \pm 7$

**Tabelle 1:** Nullstellen von  $dA/dB$ ; die ersten drei Wertepaare sind aufsteigend gemessen, die letzten drei absteigend

## 6 g-Faktor

### 6.1 Berechnung

Mit den Werten aus den oben genannten Abbildungen wurde eine lineare Regression durchgeführt, um den Nullpunkt zu bestimmen. Die so ermittelten Stromwerte wurden in die gegebene Hysteresekurve eingesetzt, um das entsprechende Magnetfeld zu bestimmen. Die so errechneten Werte befinden sich in Tabelle 1. Aus den berechneten  $B_0$ -Werten wurde ein gewichtetes Mittel berechnet und damit ergibt sich  $g_e$  nach (5) zu

$$g_e = 2,03 \pm 0,06. \quad (11)$$

Vergleicht man diesen Wert mit (9), so erkennt man, dass der theoretische Wert innerhalb des Fehlerbereiches unseres gefundenen Wertes liegt. Auch bestätigt sich dadurch die Annahme, dass reiner Spinmagnetismus vorliegt.

### 6.2 Begründung des Fehlers

In die Messunsicherheit ist der Fehler der Anzeige des Multimeters eingegangen als Schwankung der  $y$ -Werte der linearen Regression (hier wurde ein Fehler von 0,1 in entsprechenden Einheiten angenommen). Da die Nullstelle mit den Geradenparametern bestimmt wurde, musste eine Fehlerrechnung mit Beachtung der Korrelation durchgeführt werden. Die Unsicherheit des Stromes und der Frequenz überträgt sich über die Hysteresekurve auf das Magnetfeld nach Fehlerfortpflanzungsgesetz. Von diesen sechs Fehlern wurde nun der Mittelwert gebildet, woraus sich dann mit Fehlerfortpflanzungsgesetz in (5) das Endergebnis ergab.

## Quellen und Software

- [1] F. SCHNEIDER, M. PLATO, *Elektronenspin-Resonanz*
- [2] FRIESER, ALFRED, *Mikrowellenmeßtechnik*, Akademie-Verlag, Berlin, 1965
- [3] NOLTING, WOLFGANG, *Grundkurs Theoretische Physik 5/2*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2002
- [4] DEMTRÖDER, WOLFGANG, *Experimentalphysik 3*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005
- [5] *OpenOffice Calc 1.1.3*, <http://www.openoffice.org>
- [6] *Gnuplot 4.0*, <http://www.gnuplot.info>
- [7] *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>*, <http://www.dante.de>